

DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE LADOS
DE UM POLÍGONO REGULAR

José Walter Carreiro Soares Lima

ALUNO DO 1º ANO DO 2º GRAU DO COLÉGIO MILITAR DE
MANAUS

RÉSUMO

O conhecimento do número de lados de um polígono regular é de grande importância na geometria aplicada. Os livros adotados nas escolas do 1º grau apresentam uma forma simples e direta para a sua determinação através do ângulo central. Entretanto, na solução de alguns problemas, onde o ângulo central seja desconhecido, mas a razão "r" entre o ângulo interno e aquele seja dada, a solução é obtida usando-se o teorema enunciado abaixo, o qual, será demonstrado neste trabalho.

Num polígono regular, o número de lados é igual ao dobro da razão entre o ângulo interno e ângulo central, mais dois, ou seja:

$$n = 2r + 2$$

Quando a solução exigir a determinação da razão "r" entre o ângulo interno e o ângulo central, deve ser usada a seguinte propriedade:

A razão entre o ângulo interno e ângulo central de um polígono regular é igual a metade do número de lados do polígono, menos um, ou seja:

$$r = \frac{n}{2} - 1$$

1- INTRODUÇÃO

A demonstração do teorema a que se refere este trabalho, teve a sua origem durante uma aula de matemática ministrada na Turma D4 da 8ª série do 1º grau no Colégio Militar de Porto Alegre, Rio Grande do Sul, no início do mês de outubro de 1985, ocasião em que eram resolvidos individualmente pelos alunos, alguns problemas de geometria do livro texto, citado na referência.

Nessa oportunidade, discuti com o professor da cadeira algumas conclusões que haviam sido deduzidas durante a solução de um dado problema, quando fui orientado para realizar uma pesquisa sobre as conclusões supostamente aplicáveis e apresentá-la sob a forma de trabalho.

O original, na forma manuscrita, foi entregue ao Professor FURLAN, da cadeira de matemática, o qual, após uma verificação do trabalho encaminhou-o ao chefe da cadeira,

Tenente-Coronel Alexandre Mascaretti, que por sua vez, realizou, conforme declaração verbal, exaustivas pesquisas em bibliotecas, mantendo inclusive diálogos com outros professores, objetivando subsídios para atestar a autenticidade do trabalho.

O reconhecimento formalizou-se através da Nota nº 07 da Divisão de Ensino, de 25 de novembro de 1985, (anexa) para publicação em Boletim do Colégio Militar de Porto Alegre - Rio Grande do Sul.

2- DEMONSTRAÇÃO

2.1- TEOREMA DO NÚMERO DE LADOS DE UM POLÍGONO REGULAR

2.1.1- Enunciado:

Num polígono regular, o número de lados é igual ao dobro da razão entre o ângulo interno e o ângulo central, mais dois.

2.1.2- Hipótese:

Sabe-se que num polígono regular, a soma entre o ângulo interno e o ângulo central é igual a 180 graus.

$$\hat{A}_i + \hat{A}_c = 180^\circ$$

(1)

• Sabe-se também que o ângulo central é igual a

$$\hat{A}_c = \frac{360^\circ}{n} \quad (2)$$

onde "n" é número de lados do polígono.

2.1.3- Tese:

• Seja "r" a razão entre o ângulo interno e o ângulo central de um polígono regular.

$$r = \frac{\hat{A}_i}{\hat{A}_c} \quad (3)$$

• Tirando o valor de \hat{A}_i na equação (3), substituindo em (1) e desenvolvendo, tem-se:

$$\hat{A}_i = r \cdot \hat{A}_c$$

$$r \cdot \hat{A}_c + \hat{A}_c = 180^\circ$$

$$\hat{A}_c \cdot (r+1) = 180^\circ$$

$$\hat{A}_c = \frac{180^\circ}{r+1} \quad (4)$$

• Igualando-se as equações (2) e (4) e efetuando, obtém-se:

$$\frac{180^\circ}{r+1} = \frac{360^\circ}{n}$$

$$180^\circ \cdot n = 360^\circ \cdot (r+1)$$

$$n = \frac{360^\circ \cdot (r+1)}{180^\circ}$$

$$n = 2 \cdot (r+1)$$

$$\boxed{n = 2r + 2} \quad \text{c. q. d.} \quad (5)$$

• Da equação (5) obtém-se uma expressão para determinar a razão "r" entre o ângulo interno e o ângulo central, ou seja:

$$\boxed{r = \frac{n}{2} - 1} \quad (6)$$

• Através da expressão (6) foi elaborada a Tabela nº 1, conforme alguns exemplos:

a) Triângulo

$$r = \frac{n}{2} - 1 \therefore r = \frac{3}{2} - 1 \therefore r = 1,5 - 1 \therefore r = 0,5$$

b) Quadrado

$$r = \frac{n}{2} - 1 \therefore r = \frac{4}{2} - 1 \therefore r = 2 - 1 \therefore r = 1$$

c) Pentágono

$$r = \frac{n}{2} - 1 \therefore r = \frac{5}{2} - 1 \therefore r = 2,5 - 1 \therefore r = 1,5$$

TABELA 1

RAZÃO ENTRE O ÂNGULO INTERNO E O
ÂNGULO CENTRAL DE UM POLÍGONO REGULAR

| POLÍGONO | RAZÃO |
|-----------|-------|
| TRIÂNGULO | 0,5 |
| QUADRADO | 1 |
| PENTÁGONO | 1,5 |
| HEXÁGONO | 2 |
| HEPTÁGONO | 2,5 |
| OCTÓGONO | 3 |
| ENEÁGONO | 3,5 |
| DECÁGONO | 4 |

Observando-se a Tabela 1, verifica-se que o valor da razão aumenta de 0,5 a medida que o número de lados do polígono aumenta de uma unidade. Esta conclusão permite a expressão:

$$r = n \cdot 0,5 - 1$$

ou seja:

$$r = \frac{n-1}{2}$$

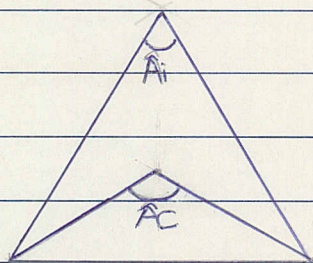
que é a própria expressão (6).

Assim:

A razão entre o ângulo interno e o ângulo central de um polígono regular, é igual a metade do número de lados menos um.

2.2- Exemplos:

a) TRIÂNGULO EQUILÁTERO



Dados

Resolução

$$\hat{A}_i = 60^\circ$$

$$\hat{A}_c = 120^\circ$$

$$\hat{A}_i = 0,5$$

$$\hat{A}_c$$

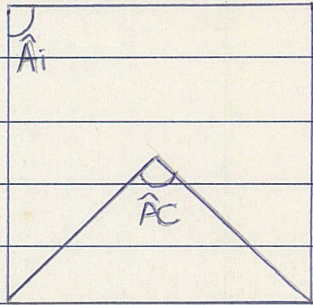
$$n = 2r + 2$$

$$n = 2 \cdot 0,5 + 2$$

$$n = 1 + 2$$

$$n = 3$$

b) Quadrado



Dados

Resolução

$$\hat{A}_i = 90^\circ$$

$$n = 2r + 2$$

$$\hat{A}C = 90^\circ$$

$$n = 2 \cdot 1 + 2$$

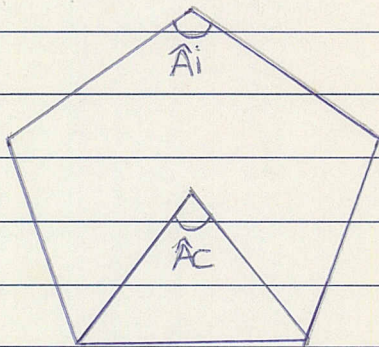
$$\hat{A}_i = 1$$

$$n = 2 + 2$$

$$n = 4$$

AC

c) Pentágono



Dados

Resolução

$$\hat{A}_i = 108^\circ$$

$$n = 2r + 2$$

$$\hat{A}C = 72^\circ$$

$$n = 2 \cdot 1,5 + 2$$

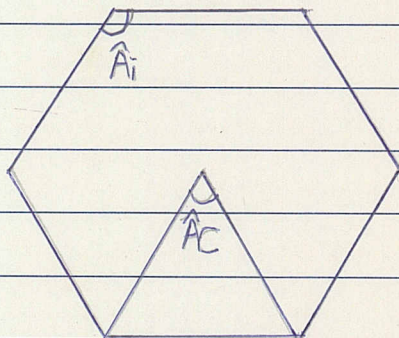
$$n = 3 + 2$$

$$\underline{\hat{A}_i = 1.5}$$

$$n = 5$$

Ac

d) Hexágono



Dados

Resolução

$$\hat{A}_i = 120^\circ$$

$$n = 2r + 2$$

$$\angle C = 60^\circ$$

$$n = 2 \cdot 2 + 2$$

$$n = 4 + 2$$

$$\underline{A_i} = Z$$

$$n = 6$$

 $\hat{A}C$

4- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Castrocci, Giovanni, Peretti; 8^a série,
1^o grau; Pelos Caminhos da Matemática; Edi-
tora FTD

Barras; trad. Leila Novaes e Leônidas
Hegenberg; (1979); Os Cientistas Precisam
Escrever; Editora da Universidade de São
Paulo

Yell/25/2010